

Арифметика чисел

Обыкновенная дробь. Действия с дробями

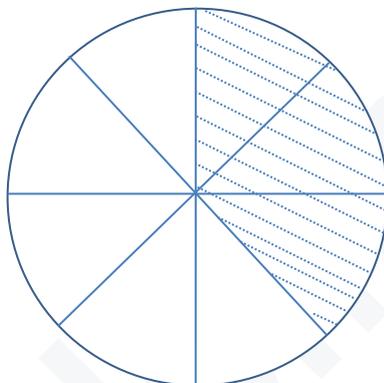
Обыкновенная дробь – это число вида $\frac{m}{n}$, где m и n – натуральные числа, например $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{55}$. Число m называется числителем дроби, а n – знаменателем. В частности, может быть $n=1$, в этом случае дробь имеет вид $\frac{m}{1} = m$, чаще просто пишут m .

Что характеризует дробь?

Ответ: дробь характеризует часть целого.

Пример 1. Выделите цветом часть целого круга, равную дроби $\frac{3}{8}$.

Решение. Разделим круг на 8 равных частей, а выделим из них только 3. Получим 3 из 8, что и будет означать $\frac{3}{8}$.

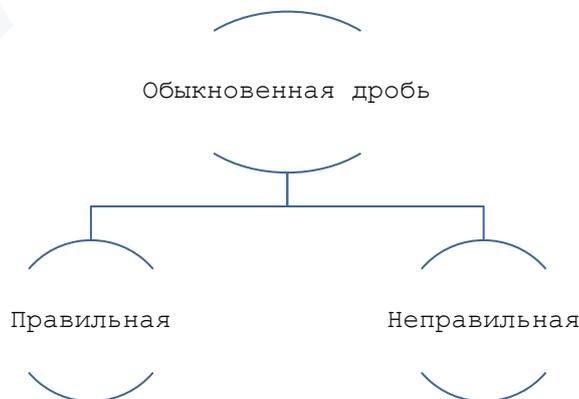


Пример 2. В книге 120 страниц. Василий прочитал $\frac{4}{5}$ книги. Сколько страниц прочитал Василий?

Решение. Разделим 120 на 5 равных частей, а возьмем из них только 4. 120 разделяя на 24, а затем умножая на 4, получим 96 страниц.

Правильная дробь – это обыкновенная дробь, у которой числитель меньше знаменателя.

Неправильная дробь – это обыкновенная дробь, у которой числитель больше знаменателя.



Теорема 1: Всякую неправильную дробь можно представить в виде суммы натурального числа и правильной дроби (в виде смешанного числа), и наоборот, всякое смешанное можно представить в виде неправильной дроби.

Пример 1. Дробь $\frac{10}{3}$ представьте в виде суммы натурального числа и правильной дроби.

Решение:

Дробь $\frac{10}{3}$ можно представить как сумму 3 и $\frac{1}{3}$, то есть $\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$, так как $10:3 = 3(\text{остаток } 1)$.

Пример 2. Смешанное число $4\frac{1}{3}$ представьте в виде неправильной дроби.

Решение:

$4 \cdot 3 = 12$, к 12 прибавим 1, получим числитель 13, а значит $\frac{13}{3}$. Итак, $4\frac{1}{3} = \frac{13}{3}$.

Равные дроби – это две дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$, если $ad = cb$.

Пример 3. Равны ли дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$?

Решение:

Нет, так как $2 \cdot 4 \neq 3 \cdot 3$, то есть $8 \neq 9$.

Общее свойство дроби: всякую дробь $\frac{m}{n}$ со знаменателем n можно привести к знаменателю p , такому что $p = n \cdot k$, k – натуральное число; для этого необходимо домножить и числитель, и знаменатель на число k , то есть

$$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot k}{n \cdot k} = \frac{m \cdot k}{p}.$$

Пример 4. Привести дробь $\frac{2}{3}$ к знаменателю 15.

Решение:

Так как $15:3 = 5$, то $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$.

Арифметические действия над обыкновенными дробями

1) Правило сложения дробей:

а) если знаменатели дробей одинаковы, то к числителю первой дроби прибавляют числитель второй дроби и оставляют тот же знаменатель, то есть

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b};$$

б) если знаменатели дробей различны, то дроби сначала приводят к общему знаменателю (применяют общее свойство дроби), предпочтительнее к наименьшему, а затем применяют правило 1а).

2) Правило вычитания дробей:

а) если знаменатели дробей одинаковы, то

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b};$$

б) если знаменатели дробей различны, то дроби сначала приводят к общему знаменателю (применяют общее свойство дроби), предпочтительнее к наименьшему, а затем применяют правило 2а).

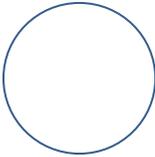
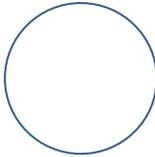
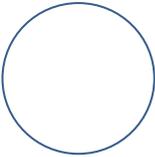
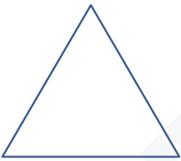
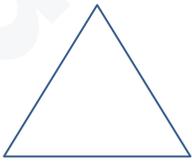
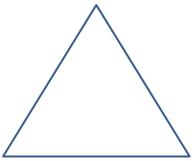
3) **Правило умножения дробей:** чтобы умножить одну дробь на другую сначала перемножают отдельно числители, а затем отдельно знаменатели, то есть

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d};$$

4) **Правило деления дробей:** деление дробей заменяется на умножение, а точнее

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Задача 1. Заполните таблицу 1, закрасив часть фигуры.

Таблица 1. Часть фигуры		
<p style="text-align: right;">№1</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{2}{3}$</p>	<p style="text-align: right;">№2</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{1}{4}$</p>	<p style="text-align: right;">№3</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{1}{3}$</p>
<p style="text-align: right;">№4</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{3}{4}$</p>	<p style="text-align: right;">№5</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{1}{12}$</p>	<p style="text-align: right;">№6</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{7}{8}$</p>
<p style="text-align: right;">№7</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{3}{8}$</p>	<p style="text-align: right;">№8</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{1}{6}$</p>	<p style="text-align: right;">№9</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{5}{16}$</p>
<p style="text-align: right;">№10</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{1}{6}$</p>	<p style="text-align: right;">№11</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{5}{6}$</p>	<p style="text-align: right;">№12</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{2}{3}$</p>
<p style="text-align: right;">№13</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{1}{5}$</p>	<p style="text-align: right;">№14</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{3}{5}$</p>	<p style="text-align: right;">№15</p>  <p style="text-align: center;">$\frac{7}{10}$</p>

Задача 2. Найдите часть целого.

Таблица 2

Дроби	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{8}{5}$	$2\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{5}$
Час времени						
120 страниц книги						
480 см верёвки						
60 градусов по Цельсию						
240 кг сахара						
360 литров воды						
Две минуты						
3 км асфальта						
1800 солдат полка						

Задача 3. Заполните таблицу 3 по правилам: для сложения и вычитания число из первой колонки используйте как первое слагаемое, число из первой строчки – как второе; для частного число из первой колонки используйте как делимое; результат от арифметического действия следует записать в свою ячейку таблицы. Все вычисления следует выполнить в тетрадке.

Таблица 3

Дроби	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{8}{15}$	$3\frac{1}{5}$	$6\frac{1}{4}$
$\frac{4}{5}$	Сумма	Частное	Частное	Частное	Разность	Разность
$\frac{3}{7}$	Произведение	Разность	Произведение	Частное	Частное	Частное
$\frac{4}{15}$	Произведение	Произведение	Сумма	Произведение	Частное	Частное
$\frac{7}{25}$	Произведение	Частное	Частное	Сумма	Произведение	Сумма
$2\frac{1}{20}$	Разность	Разность	Разность	Частное	Сумма	Произведение
$5\frac{3}{10}$	Произведение	Частное	Частное	Частное	Частное	Частное
$8\frac{5}{6}$	Разность	Разность	Сумма	Сумма	Произведение	Произведение