

Алгебра

Геометрическая прогрессия

Геометрическая прогрессия – это последовательность ненулевых чисел $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ (n – натуральное число, называемое *порядковым номером*), в которой каждое число, начиная со второго, получается умножением его на определённое число q (*знаменатель прогрессии*).

Математически – это означает:

$$b_2 = b_1 \cdot q;$$

$$b_3 = b_2 \cdot q;$$

...

$$b_n = b_{n-1} \cdot q.$$

Свойства:

1. Формула n -го члена геометрической прогрессии:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}. \quad (1)$$

2. Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}. \quad (2)$$

Пример: Дана геометрическая прогрессия $2, 4, 8, \dots$. Найдите знаменатель (q), десятый член (b_{10}) и сумму первых десяти членов (S_{10}).

Решение:

Дана прогрессия $(b_n): 2, 4, 8, \dots$

Для первых двух членов

$$b_2 = b_1 \cdot q,$$

получим $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{4}{2} = 2$.

Любой член прогрессии можно вычислить по формуле (1):

$$\begin{aligned} b_n &= b_1 \cdot q^{n-1} \\ b_{10} &= b_1 \cdot q^9 = 2 \cdot 2^9 = 1024 \\ b_{10} &= 1024 \end{aligned}$$

Десятый член прогрессии равен 1024.

Сумма первых десяти членов по формуле (2):

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{b_1 \cdot (q^{10} - 1)}{q - 1} \\ S_{10} &= \frac{2 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 2046 \end{aligned}$$

Ответ: 2, 1024, 2046.