

Алгебра

Арифметическая прогрессия

Арифметическая прогрессия – это последовательность ненулевых чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ (n – натуральное число, называемое *порядковым номером*), в которой каждое число, начиная со второго, получается из предыдущего добавлением к нему постоянного числа d (*разности прогрессии*).

Математически – это означает:

$$a_2 = a_1 + d;$$

$$a_3 = a_2 + d;$$

...

$$a_n = a_{n-1} + d.$$

Свойства:

1. Формула n -го члена арифметической прогрессии:

$$a_n = a_1 + d(n - 1). \quad (1)$$

2. Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n. \quad (2)$$

Пример: Дана арифметическая прогрессия $3, 7, 11, \dots$. Найдите разность (d), десятый член (a_{10}) и сумму первых десяти (S_{10}).

Решение:

Дана прогрессия $(a_n): 3, 7, 11, \dots$

Для первых двух членов

$$a_2 = a_1 + d,$$

откуда $d = 7 - 3 = 4$. Разность прогрессии равна 4.

Любой член прогрессии можно вычислить по формуле (1):

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_{10} = 3 + 4 \cdot (10 - 1)$$

$$a_{10} = 39$$

Десятый член прогрессии равен 39.

Сумма первых десяти членов по формуле (2):

$$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot d$$

$$S_{10} = \frac{3 + 39}{2} \cdot 4 = 84$$

Ответ: 4, 39, 84.