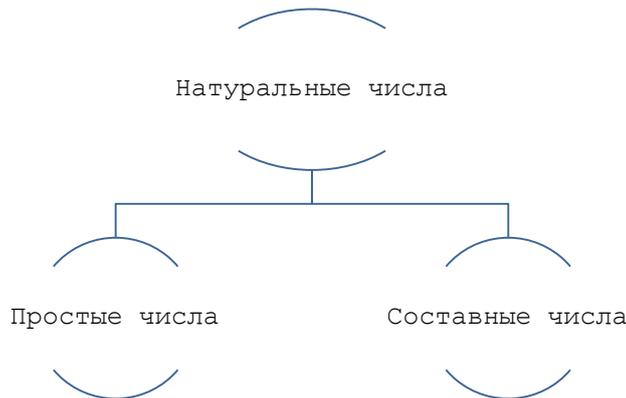


Арифметика чисел

Основная теорема арифметики. НОД и НОК

Натуральные числа (N) – числа $1, 2, 3, 4, 5, \dots$, используемые для счета предметов или для указания порядкового номера того или иного предмета для однородных предметов.

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ – множество натуральных чисел



Простое число – это натуральное число, которое имеет только два делителя – единицу и само число. Последовательность простых чисел начинается так: $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots$

Составное число – это натуральное число, которое имеет больше двух делителей. Последовательность составных чисел начинается так: $4, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, \dots$

Основная теорема арифметики: Любое составное число можно представить как произведение простых чисел.

Пример 1. Число 100 можно представить как произведение $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$, то есть $100 = 2^2 \cdot 5^2$.

Решение:

$$\begin{array}{r|l}
 100 & 2 \\
 50 & 2 \\
 25 & 5 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5^2$$

Наибольшим общим делителем (НОД) для двух натуральных чисел m и n называется наибольший из их общих делителей.

Пример 2. Для чисел 20 и 30 наибольший общий делитель равен 10, то есть $\text{НОД}(20, 30) = 10$.

Решение:

$$\begin{array}{r|l}
 20 & 2 \\
 10 & 2 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 \text{НОД}(20, 30) = \underline{2} \cdot \underline{5} = 10.$$

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = \underline{2}^2 \cdot \underline{5}
 \qquad
 30 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}$$

Наименьшее общее кратное (НОК) для двух натуральных чисел m и n - это наименьшее натуральное число, которое делится на m и n .

Пример 3. Для чисел 20 и 30 наименьшее общее кратное равно 60, то есть $\text{НОК}(20,30) = 60$.

Решение :

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline 20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

$$\text{НОК}(20,30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60.$$

Проверь себя! Заполните таблицу.

Числа	15	20	32	40	45	60	72	80	100	150
12	НОК	НОД								
18	НОД	НОК								
36	НОК	НОД								
35	НОД	НОК								
40	НОК	НОД								
60	НОД	НОК								
72	НОК	НОД								
120	НОД	НОК								
124	НОК	НОД								
140	НОД	НОК								