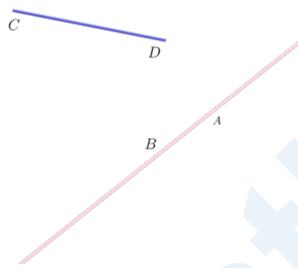
Стереометрия

Скрещивающиеся прямые

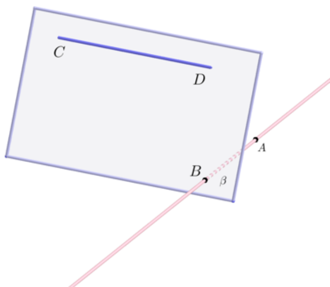
Скрещивающиеся прямые – это прямые в пространстве, которые не лежат в одной плоскости. Наглядное представление двух скрещивающихся прямых AB и CD представлено рисунком ниже.



Теорема (признак скрещивающихся прямых). *Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.*

Доказательство.

Рассмотрим прямую $CD \in \beta$, и прямую AB: $AB \cap \beta = B$. Докажем, что AB и CD являются скрещивающимися прямыми. Если допустить, что AB и CD лежат в некоторой плоскости γ, то плоскость γ будет проходить через прямую CD и точку B (согласно первой аксиоме). А это означает, что плоскости β и γ совпадают, что приводит к противоречию, так как прямая AB не лежит в плоскости β. Итак, AB и CD лежат в разных плоскостях (ч.т.д).



Возможны три случая взаимного расположения двух прямых в пространстве:

а) прямые пересекаются, то есть лежат в одной плоскости, и имеют только одну общую точку;

б) прямые параллельны, то есть лежат в одной плоскости, и не имеют общих точек (не пересекаются);

в) прямые скрещивающиеся, то есть не лежат в одной плоскости.

Теорема (о скрещивающихся прямых). *Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.*

Доказательство.

Рассмотрим скрещивающиеся прямые AB *и* DE. Докажем, что через прямую DE проходит единственная *плоскость* β, *параллельная прямой* AB. *Проведем через точку* D *прямую* CD, *параллельную прямой* AB. *Так как прямые* CD *и* DE *лежат в одной плоскости –* β, *то прямая* AB *и* β *параллельны (признак параллельности плоскости). Очевидно, что такая плоскость будет единственной (ч.т.д).*