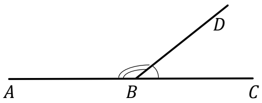
Планиметрия

Основные формулы

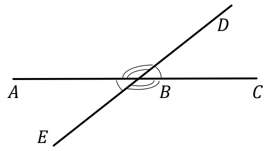
Основные сведения планиметрии

Смежные углы



$\angle ABD + \angle DBC = 180^{\circ}$

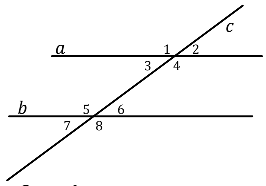
Вертикальные углы



Свойство:
Вертикальные углы равны, то есть

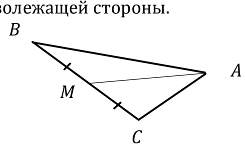
$\angle ABD = \angle CBE$ и $\angle ABE = \angle DBC$

Признаки параллельности двух прямых



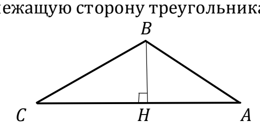
- $\angle 3 = \angle 6$ (накрест лежащие углы)
- $\angle 4 = \angle 5$ (накрест лежащие углы)
- $\angle 3 + \angle 5 = 180^{\circ}$ односторонние углы)
- $\angle 4 + \angle 6 = 180^{\circ}$ (односторонние углы)
- $\angle 1 = \angle 5$ (соответственные углы)
- $\angle 4 = \angle 8$ (соответственные углы)
- $\angle 3 = \angle 7$ (соответственные углы)
- $\angle 2 = \angle 6$ (соответственные углы)

Медиана – это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой его противолежащей стороны.



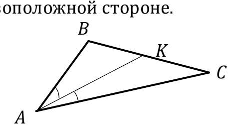
Свойство: все три медианы треугольника пересекаются в одной точке.

Высота – это перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противолежащую сторону треугольника.



Свойство: все три высоты треугольника пересекаются в одной точке.

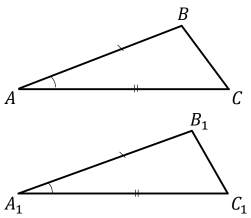
Биссектриса – это отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой на противоположной стороне.



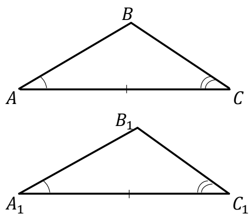
Свойство: все биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.

Признаки равенства треугольников

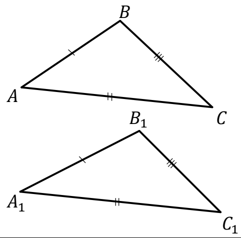
T_1 **(С.У.С.)**



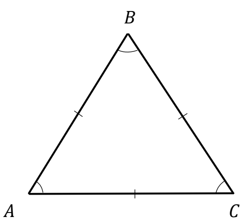
T_2 **(У.С. У.)**



T_3 **(С.С.С.)**



Равносторонний треугольник



Свойство:
Все углы равны 60°.

Равнобедренный треугольник

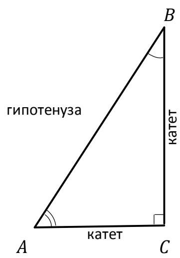
Свойства:

1. Углы при основании равны;
2. Медиана, проведенная к основанию, является высотой и биссектрисой.

Прямоугольный треугольник

Теорема Пифагора:
Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетам

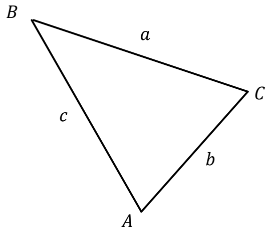
$$a^2 + b^2 = c^2$$



Свойства:

1. Сумма острых углов равна 90°;
2. Катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.

Теорема о неравенстве треугольника:
Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других.



$a < b + c$
$b < a + c$
$c < a + b$

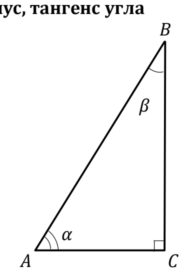
Теорема:
Против большого угла лежит большая сторона, против меньшего угла — меньшая.

Синус, косинус, тангенс угла

$\sin\alpha = \frac{BC}{AB}$

$\cos\alpha = \frac{AC}{AB}$

$\tan\alpha = \frac{BC}{AC}$



Некоторые формулы тригонометрии:

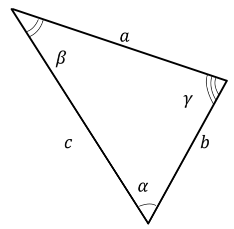
$\sin\alpha = \cos\beta$ и $\cos\alpha = \sin\beta$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ и $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Теорема синусов:
Стороны треугольника пропорциональны синусам противоположных углов.

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$



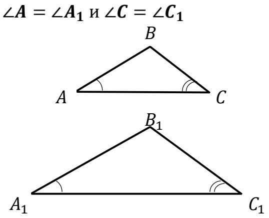
Теорема косинусов:
Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

Признаки подобия треугольников

T_1 (по двум углам)

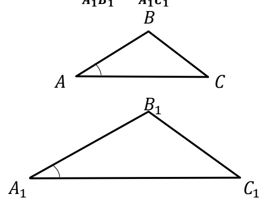
$\angle A = \angle A_1$ и $\angle C = \angle C_1$



k – коэффициент подобия

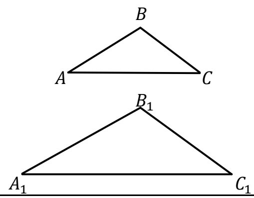
T_2 (по двум пропорц. сторонам и углу)

$\angle A = \angle A_1$ и $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$



T_3 (по трем пропорц. сторонам)

$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = k$



Теорема об отношении периметров подобных треугольников:
Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту их подобия, то есть

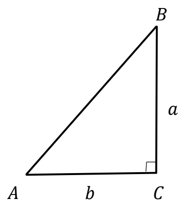
$$\frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k.$$

Теорема об отношении площадей подобных треугольников:
Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента их подобия, то есть

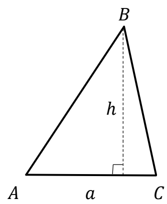
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2.$$

Площадь треугольника

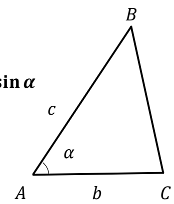
$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ab$



$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ah$

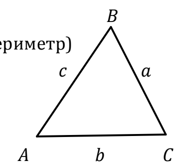


$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$



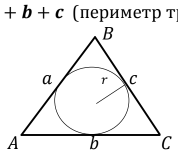
Формула Герона

$p = \frac{a+b+c}{2}$ (полупериметр)

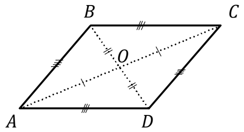
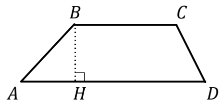
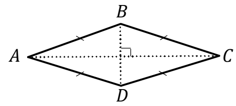
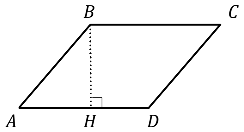
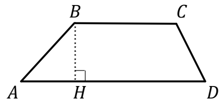
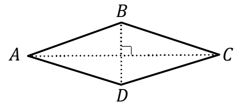
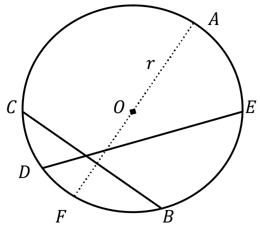
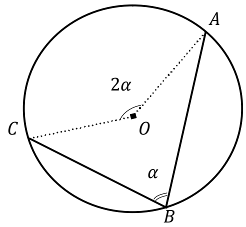
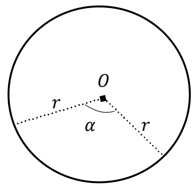


$S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$P = a + b + c$ (периметр треугольника)



$S_{\Delta ABC} = \frac{Pr}{2}$

<table>
<tr><td colspan="3">Четырехугольники</td></tr>
<tr>
<td>Параллелограмм – четырехугольник, у которого противолежащие стороны попарно параллельны.

Свойства:
1. Противоположные стороны и углы равны;
2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.</td>
<td>Трапеция – четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.

Свойства:
1. У равнобедренной трапеции углы при основании равны;
2. Катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.</td>
<td>Ромб – параллелограмм, у которого все стороны равны.

Свойства:
1. Ромб обладает всеми свойствами параллелограмма;
2. Диагонали ромба перпендикулярны и делятся точкой пересечения пополам.</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">Площадь четырехугольника</td></tr>
<tr>
<td>
$\boldsymbol{S}_{\text{параллелограмм}} = \boldsymbol{AD \cdot BH}$</td>
<td>
$\boldsymbol{S}_{\text{трапеция}} = \dfrac{\boldsymbol{AD + BC}}{\boldsymbol{2}} \cdot \boldsymbol{BH}$</td>
<td>
$\boldsymbol{S}_{\text{ромб}} = \dfrac{\boldsymbol{AC \cdot BD}}{\boldsymbol{2}}$</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">Окружность</td></tr>
<tr>
<td>Окружность – геометрическое место точек, равноудаленных от одной общей.
Круг – это область плоскости, ограниченная окружностью.

O – центр окружности;
OA – радиус окружности (r);
FA – диаметр окружности $(d = 2r)$;
BC и DE – хорды.</td>
<td>Теорема о вписанном угле:
Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу, и равен половине дуги, на которую он опирается.

$\angle ABC = \dfrac{1}{2}\angle AOC$
$\angle AOC$ – центральный угол окружности, опирающийся на дугу $\cup AC$;
$\angle ABC$ – вписанный угол окружности, опирающийся на дугу $\cup AC$.</td>
<td>Площадь круга и сектора

$\boldsymbol{S}_{\text{круга}} = \boldsymbol{\pi r^2}$
$\boldsymbol{S}_{\text{сектора}} = \dfrac{\boldsymbol{\pi r^2}}{\boldsymbol{360^\circ}} \cdot \boldsymbol{\alpha}$</td>
</tr>
</table>