

# Арифметика чисел

## Обыкновенная дробь. Свойства

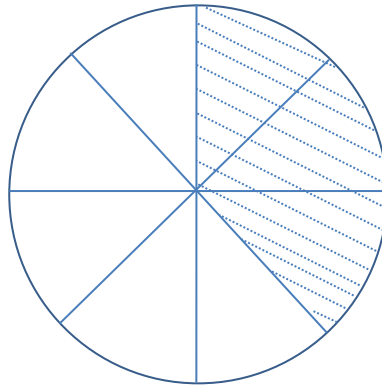
**Обыкновенная дробь** – это число вида  $\frac{m}{n}$ , где  $m$  и  $n$  – натуральные числа, например  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{55}$ . Число  $m$  называется числителем дроби, а  $n$  – знаменателем. В частности, может быть  $n=1$ , в этом случае дробь имеет вид  $\frac{m}{1} = m$ , чаще просто пишут  $m$ .

**Что характеризует дробь?**

**Ответ:** дробь характеризует часть целого.

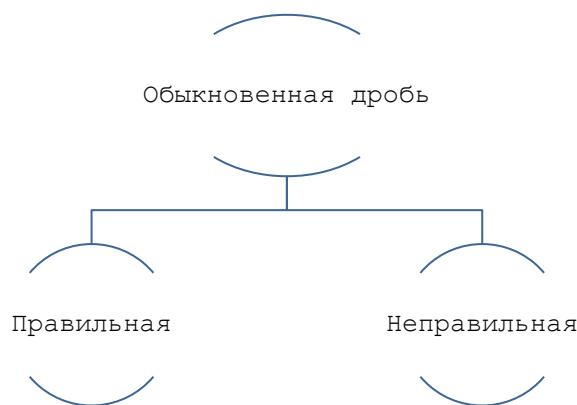
Пример 1. Выделите цветом часть целого круга, равную дроби  $\frac{3}{8}$ .

Решение: Разделим круг на 8 равных частей, а выделим из них только 3. Получим 3 из 8, что и будет означать  $\frac{3}{8}$ .



**Правильная дробь** – это обыкновенная дробь, у которой числитель меньше знаменателя.

**Неправильная дробь** – это обыкновенная дробь, у которой числитель больше знаменателя.



**Теорема 1:** Всякую неправильную дробь можно представить в виде суммы натурального числа и правильной дроби (в виде смешанного числа), и наоборот, всякое смешанное можно представить в виде неправильной дроби.

Пример 1. Дробь  $\frac{10}{3}$  представьте в виде суммы натурального числа и правильной дроби.

Решение:

Дробь  $\frac{10}{3}$  можно представить как сумму 3 и  $\frac{1}{3}$ , то есть  $\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$ , так как  $10:3 = 3(\text{остаток } 1)$ .

Пример 2. Смешанное число  $4\frac{1}{3}$  представьте в виде неправильной дроби.

Решение:

$4 \cdot 3 = 12$ , к 12 прибавим 1, получим числитель 13, а значит  $\frac{13}{3}$ . Итак,  $4\frac{1}{3} = \frac{13}{3}$ .

**Равные дроби** – это две дроби  $\frac{a}{b}$  и  $\frac{c}{d}$ , если  $ad = cb$ .

Пример 3. Равны ли дроби  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{4}$ ?

Решение:

Нет, так как  $2 \cdot 4 \neq 3 \cdot 3$ , то есть  $8 \neq 9$ .

**Общее свойство дроби:** всякую дробь  $\frac{m}{n}$  со знаменателем  $n$  можно привести к знаменателю  $p$ , такому что  $p = n \cdot k$ ,  $k$  – натуральное число; для этого необходимо домножить и числитель, и знаменатель на число  $k$ , то есть

$$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot k}{n \cdot k} = \frac{m \cdot k}{p}.$$

Пример 4. Привести дробь  $\frac{2}{3}$  к знаменателю 15.

Решение:

Так как  $15:3 = 5$ , то  $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$ .

#### Арифметические действия над обыкновенными дробями

##### 1) Правило сложения дробей:

а) если знаменатели дробей одинаковы, то к числителю первой дроби прибавляют числитель второй дроби и оставляют тот же знаменатель, то есть

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b};$$

б) если знаменатели дробей различны, то дроби сначала приводят к общему знаменателю (применяют общее свойство дроби), предпочтительнее к наименьшему, а затем применяют правило 1а).

##### 2) Правило вычитания дробей:

а) если знаменатели дробей одинаковы, то

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b};$$

б) если знаменатели дробей различны, то дроби сначала приводят к общему знаменателю (применяют общее свойство дроби), предпочтительнее к наименьшему, а затем применяют правило 2а).

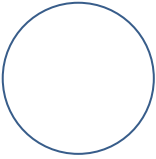
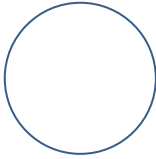
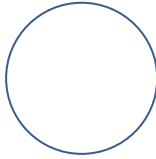






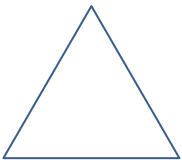
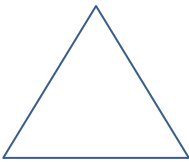
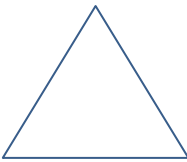



##### 3) Правило умножения дробей: чтобы умножить одну дробь на другую сначала перемножают отдельно числители, а затем отдельно знаменатели, то есть

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d};$$

##### 4) Правило деления дробей: деление дробей заменяется на умножение, а точнее

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

**Задача 1.** Заполните таблицу 1, закрасив часть фигуры.

Таблица 1. Часть фигуры		
№1	№2	№3
 $\frac{2}{3}$	 $\frac{1}{4}$	 $\frac{1}{3}$
№4	№5	№6
 $\frac{3}{4}$	 $\frac{1}{12}$	 $\frac{7}{8}$
№7	№8	№9
 $\frac{3}{8}$	 $\frac{1}{6}$	 $\frac{5}{16}$
№10	№11	№12
 $\frac{1}{6}$	 $\frac{5}{6}$	 $\frac{2}{3}$
№13	№14	№15
 $\frac{1}{5}$	 $\frac{3}{5}$	 $\frac{7}{10}$

**Задача 2.** Заполните таблицу 2 по правилам: для сложения и вычитания число из первой колонки используйте как первое слагаемое, число из первой строчки – как второе; для частного число из первой колонки используйте как делимое; результат от арифметического действия следует записать в свою ячейку таблицы. Все вычисления следует выполнить в тетрадке.

**Таблица 2**

Дроби	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{8}{15}$	$3\frac{1}{5}$	$6\frac{1}{4}$
$\frac{4}{5}$	Сумма	Частное	Частное	Частное	Разность	Разность
$\frac{3}{7}$	Произведение	Разность	Произведение	Частное	Частное	Частное
$\frac{4}{15}$	Произведение	Произведение	Сумма	Произведение	Частное	Частное
$\frac{7}{25}$	Произведение	Частное	Частное	Сумма	Произведение	Сумма
$2\frac{1}{20}$	Разность	Разность	Разность	Частное	Сумма	Произведение
$5\frac{3}{10}$	Произведение	Частное	Частное	Частное	Частное	Частное
$8\frac{5}{6}$	Разность	Разность	Сумма	Сумма	Произведение	Произведение