

Арифметика чисел

Обыкновенная дробь. Свойства

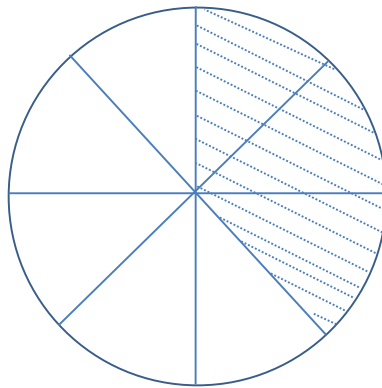
Обыкновенная дробь – это число вида $\frac{m}{n}$, где m и n – натуральные числа, например $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{55}$. Число m называется числителем дроби, а n – знаменателем. В частности, может быть $n=1$, в этом случае дробь имеет вид $\frac{m}{1} = m$, чаще просто пишут m .

Что характеризует дробь?

Ответ: дробь характеризует часть целого.

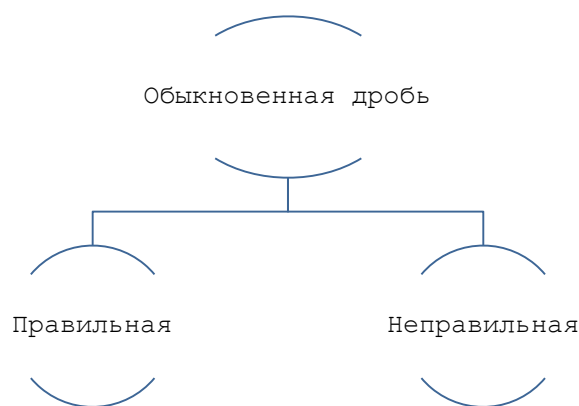
Пример 1. Выделите цветом часть целого круга, равную дроби $\frac{3}{8}$.

Решение: Разделим круг на 8 равных частей, а выделим из них только 3. Получим 3 из 8, что и будет означать $\frac{3}{8}$.



Правильная дробь – это обыкновенная дробь, у которой числитель меньше знаменателя.

Неправильная дробь – это обыкновенная дробь, у которой числитель больше знаменателя.



Теорема 1: Всякую неправильную дробь можно представить в виде суммы натурального числа и правильной дроби (в виде смешанного числа), и наоборот, всякое смешанное можно представить в виде неправильной дроби.

Пример 1. Дробь $\frac{10}{3}$ представьте в виде суммы натурального числа и правильной дроби.

Решение:

Дробь $\frac{10}{3}$ можно представить как сумму 3 и $\frac{1}{3}$, то есть $\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$, так как $10:3 = 3$ (остаток 1).

Пример 2. Смешанное число $4\frac{1}{3}$ представьте в виде неправильной дроби.

Решение:

$4 \cdot 3 = 12$, к 12 прибавим 1, получим числитель 13, а значит $\frac{13}{3}$. Итак, $4\frac{1}{3} = \frac{13}{3}$.

Равные дроби – это две дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$, если $ad = cb$.

Пример 3. Равны ли дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$?

Решение:

Нет, так как $2 \cdot 4 \neq 3 \cdot 3$, то есть $8 \neq 9$.

Общее свойство дроби: всякую дробь $\frac{m}{n}$ со знаменателем n можно привести к знаменателю p , такому что $p = n \cdot k$, k – натуральное число; для этого необходимо домножить и числитель, и знаменатель на число k , то есть

$$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot k}{n \cdot k} = \frac{m \cdot k}{p}.$$

Пример 4. Привести дробь $\frac{2}{3}$ к знаменателю 15.

Решение:

Так как $15:3 = 5$, то $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$.

Арифметические действия над обыкновенными дробями

1) Правило сложения дробей:

а) если знаменатели дробей одинаковы, то к числителю первой дроби прибавляют числитель второй дроби и оставляют тот же знаменатель, то есть

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b};$$

б) если знаменатели дробей различны, то дроби сначала приводят к общему знаменателю (применяют общее свойство дроби), предпочтительнее к наименьшему, а затем применяют правило 1а).

2) Правило вычитания дробей:

а) если знаменатели дробей одинаковы, то

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b};$$

б) если знаменатели дробей различны, то дроби сначала приводят к общему знаменателю (применяют общее свойство дроби), предпочтительнее к наименьшему, а затем применяют правило 2а).

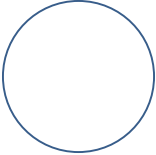
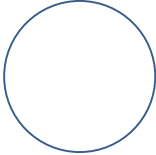
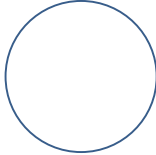






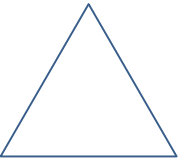
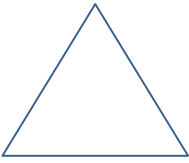
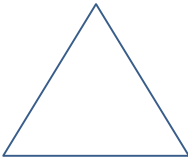



3) Правило умножения дробей: чтобы умножить одну дробь на другую сначала перемножают отдельно числители, а затем отдельно знаменатели, то есть

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d};$$

4) Правило деления дробей: деление дробей заменяется на умножение, а точнее

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Задача 1. Заполните таблицу 1, закрасив часть фигуры.

Таблица 1. Часть фигуры		
№1	№2	№3
 $\frac{2}{3}$	 $\frac{1}{4}$	 $\frac{1}{3}$
№4	№5	№6
 $\frac{3}{4}$	 $\frac{1}{12}$	 $\frac{7}{8}$
№7	№8	№9
 $\frac{3}{8}$	 $\frac{1}{6}$	 $\frac{5}{16}$
№10	№11	№12
 $\frac{5}{8}$	 $\frac{5}{6}$	 $\frac{9}{10}$
№13	№14	№15
 $\frac{1}{5}$	 $\frac{3}{5}$	 $\frac{7}{10}$

Задача 2. Заполните таблицу 2 по следующему правилу: для сложения и вычитания число из первой колонки используйте как первое слагаемое, число из первой строчки – как второе, результат от арифметического действия следует записать в свою ячейку таблицы. Все вычисления следует выполнить в тетрадке.

Таблица 2

Дроби	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{8}{15}$	$3\frac{1}{5}$	$6\frac{1}{4}$
$\frac{4}{5}$	Сумма	Частное	Частное	Частное	Разность	Разность
$\frac{3}{7}$	Произведение	Разность	Произведение	Частное	Частное	Частное
$\frac{4}{15}$	Произведение	Произведение	Сумма	Произведение	Частное	Частное
$\frac{7}{25}$	Произведение	Частное	Частное	Сумма	Произведение	Сумма
$2\frac{1}{20}$	Разность	Разность	Разность	Частное	Сумма	Произведение
$5\frac{3}{10}$	Произведение	Частное	Частное	Частное	Частное	Частное
$8\frac{5}{6}$	Разность	Разность	Сумма	Сумма	Произведение	Произведение